

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ



DOI: 10.26794/2408-9303-2025-12-1-46-61
УДК 330.596+330.46+311.45(045)
JEL C10, D31

Изучение динамики среднедушевых доходов с использованием статистических методов: анализ временных рядов

А.П. Цыпин

Финансовый университет, Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Актуальность темы изучения динамики среднедушевых доходов населения России обусловлена рядом факторов, в первую очередь, отставанием доходов от инфляции, а также асинхронностью ее колебаний относительно реальных доходов населения. **Цель** данного исследования заключается в применении набора математико-статистических методов к базе данных, отражающих динамику среднедушевых доходов населения России. Визуализация исходной информации и результатов анализа, а также проведение расчетов осуществлялись в среде программирования R. Для достижения поставленной цели были использованы общенаучные **методы**, такие как анализ, синтез, сравнение и исторический метод, а также математико-статистические методы, включая графический и эконометрические методы. Основные **результаты** работы можно представить следующим образом: динамика среднедушевых доходов демонстрирует общий тренд к росту на интервале с 2012 по 2023 г., при этом наблюдается корректировка динамики под влиянием кризисов; описание динамики среднедушевых доходов проводилось на основе трех конкурирующих моделей, наиболее успешными из которых оказались модель ARIMA и модель Хольта – Винтера; прогнозы, полученные на основе эконометрических моделей, показали дальнейший рост доходов с сохранением сезонной волны. Дальнейшая разработка темы среднедушевых доходов включает анализ дифференциации субъектов РФ по уровню среднедушевых доходов, а также выявление влияния факторов на вариацию доходов в регионах.

Ключевые слова: доходы населения; регионы России; социальная статистика; структура доходов населения; динамика доходов населения; эконометрическое моделирование динамики

Для цитирования: Цыпин А.П. Изучение динамики среднедушевых доходов с использованием статистических методов: анализ временных рядов. *Учет. Анализ. Аудит.* 2025;12(1):46-61. DOI: 10.26794/2408-9303-2025-12-1-46-61

ORIGINAL PAPER

Studying the Dynamics of Per Capita Income Using Statistical Methods: Time Series Analysis

A.P. Tsypin

Financial University, Moscow, Russia

ABSTRACT

The relevance of the study on Russian per capita income dynamics depends on several factors, primarily lagging behind inflation and asynchrony in its fluctuations compared to real income. **The purpose** of this study is to use a set of mathematical and statistical techniques on a database that reflects the dynamics of income per capita for the Russian households. Visualization and analysis of initial data, as well as calculation, were performed in the R development environment. To accomplish this goal, we used general scientific **methods** like analysis, synthesis, and comparison, as well as specific mathematical and statistical approaches, including graphing and econometrics. **The results** of the study can be summarized as follows: per capita income has shown an overall upward trend from 2012 until 2022, with adjustments due to crises. The dynamics were described using three competing models; the most effective were ARIMA and Holt-Winter. Forecasts based on these models predicted further growth in income while maintaining seasonal patterns. Future

© Цыпин А.П., 2025

work on this topic will involve analysing regional differences in income levels across Russia and identifying factors influencing variations in regional incomes.

Keywords: per capita income; Russian regions; social statistics; per capita income structure; per capita income dynamics; econometric modeling for dynamics

For citation: Tsypin A.P. Studying the dynamics of per capita income using statistical methods: Time series analysis. *Uchet. Analiz. Audit = Accounting. Analysis. Auditing*. 2025;12(1):46-61. (In Russ.). DOI: 10.26794/2408-9303-2025-12-1-46-61

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении десятилетий Правительство Российской Федерации, специалисты министерств и ведомств активно обсуждают вопросы роста доходов населения страны. Ведущие эксперты из научного сообщества в области экономики изучают влияющие факторы и предлагают рекомендации для улучшения социально-экономической политики. Это делает актуальным исследование динамики ключевого индикатора доходов населения России. Данный факт является стимулом для проведения настоящего исследования.

Относительно основополагающих теоретическо-методологических положений, а также практической реализации подходов к изучению тенденций и закономерностей изменения среднедушевых доходов населения России можно указать на ряд публикаций таких авторов, как: О.В. Баканач [1], Л.Л. Гишкаева [2], Г.Г. Гоник [3], Т.И. Гуляева [4], Т.Н. Ларина [5], А.В. Лосева [6], О.Н. Любина [7], Е.Е. Ноева [8], В.Н. Салин [9], Т.Г. Храмцова [10], А.Ю. Чеботарь [11]. Полученные этими авторами результаты позволяют сделать общий вывод о наличии проблемы значительного разрыва в уровне среднедушевых денежных доходов населения. При этом основными причинами этого называются: уровень экономического развития субъектов РФ; наличие ресурсной базы (природный, человеческий и воспроизводимый капитал); особенности формирования региональных бюджетов.

Стоит отметить актуальность рассматриваемой темы и в зарубежных исследованиях. Так, можно выделить ряд работ, посвященных конвергенции доходов населения в различных регионах, например исследования Минь-Ту Тхи Нгуен (Nguyen Minh-Thu) [12], Пеиро-Паломино Хесус (Peiró-Palomino Jesús) и др. [13], Урсаваса Угура (Ursavas Ugur) [14].

В ходе проведения исследования мнения и практические наработки указанных ученых будут учтены и критически оценены. Необходимо отметить, что проводимое исследование является развитием научной статьи, опубликованной нами ранее [15].

Также следует подчеркнуть, что выявленные устойчивые тенденции развития временного ряда

среднедушевых доходов населения могут быть использованы государственными органами для проведения взвешенной федеральной политики, направленной на увеличение доходов граждан страны.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Источником информации для проведения аналитических расчетов послужили данные, предоставляемые системой Росстата¹. Эти данные позволили сформировать временной ряд среднедушевых доходов населения Российской Федерации с поквартальной динамикой за период с 2012 по 2024 г. Анализ проводился на основе данных за 2012–2023 гг., а значения за 2024 г. использовались для оценки качества прогнозов.

Статистический анализ динамики временного ряда был выполнен с применением трех конкурирующих эконометрических моделей.

1. ARIMA (англ. *Autoregressive Integrated Moving Average* — авторегрессия и проинтегрированное скользящее среднее) — это модель, которая дает хорошие результаты при моделировании временных рядов со значительной флуктуацией уровней ряда. Согласно работе Ю.В. Сажина математическое описание модели с учетом сезонной составляющей имеет вид²

$$\Phi_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D y_t = \Psi_q(B)\Psi_q(B^s)e_t, \quad (1)$$

где $\Phi_p(B)$ — оператор авторегрессии; B — оператор сдвига, смещающий временной ряд на определенный лаг; $\Phi_p(B^s)$ — полином сезонной авторегрессии порядка P ; $(1-B)^d$ — разность уровней временного ряда порядка d ; $(1-B^s)^D$ — сезонная разность порядка D ; y_t — фактические уровни временного ряда среднедушевых доходов населения России; $\Psi_q(B)$ — оператор скользящего среднего; $\Psi_q(B^s)$ — полином сезонного скользящего среднего порядка Q ; e_t — ошибки (остатки) модели.

¹ Федеральная служба государственной статистики Российской Федерации. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/13397?print=1> (дата обращения: 15.12.2024).

² Сажин Ю.В., Катинь Л.В., Сарайкин Ю.В. Анализ временных рядов и прогнозирование. Учебник. Саранск: Издательство Мордовского университета; 2013. 192 с.

2. Трехпараметрическая модель экспоненциального сглаживания (модель Хольта — Винтера)³. Модель задается тремя уравнениями:

общее уравнение для сглаживания уровней временного ряда:

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}); \quad (2)$$

уравнение для сглаживания тренд-составляющей временного ряда:

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}; \quad (3)$$

уравнение для сглаживания сезонной составляющей временного ряда:

$$I_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + (1+\beta)I_{t-L}, \quad (4)$$

где α , β , γ — сглаживающие константы, находящиеся в диапазоне от нуля до единицы; y_t — фактические значения временного ряда среднедушевых доходов населения России; S_t — сглаженные уровни временного ряда на основе экспоненциальной модели; b — параметр, отвечающий за тренд-составляющую временного ряда; I — индекс сезонности.

3. Регрессионная модель с сезонными фиктивными переменными⁴. Регрессионная модель, содержащая сезонные фиктивные переменные, может быть формально записана в виде

$$y'_t = a_0 + a_1 t_t + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3, \quad (5)$$

где y'_t — выровненные уровни временного ряда среднедушевых доходов населения России; t_t — дискретная переменная, характеризующая отнесение уровня к конкретному моменту (интервалу) времени, принимает значения $t = 1, 2, 3, \dots, T$; z_1, z_2, z_3 — фиктивные (булевы) переменные, принимающие 1 в случае отнесения уровня ряда к 1-му, 2-му, 3-му кварталу, 0 — в остальных случаях; a_0, a_1 — коэффициенты тренд-составляющей модели; b_1, b_2, b_3 — коэффициенты фиктивных переменных, их статистическая значимость указывает на наличие сезонности в исследуемом временном ряду.

³ Коробецкая А.А., Семенычев В.К. Эконометрическое моделирование и прогнозирование временных рядов средствами языка R: методические указания. Самара: Издательство Самарского университета; 2022. 32 с.

⁴ Елисеева И.И., Курышева С.В., Костеева Т.В. и др. Эконометрика. Учебник. Под ред. И.И. Елисеевой. М.: Финансы и статистика; 2007. 576 с.

Отметим, что параметры (коэффициенты) приведенной регрессии оцениваются на основе обычного метода наименьших квадратов.

Оценка качества прогнозов будет осуществляться на основе коэффициента несоответствия (расхождения) Тейла. При этом формула расчета имеет следующий вид:

$$T = \sqrt{\frac{\sum (y_t - y'_t)^2}{\sum y_t^2 + \sum y'^2_t}}, \quad (6)$$

где y_t — фактические уровни временного ряда среднедушевых доходов населения России; y'_t — выровненные (предсказанные, прогнозные) уровни, полученные на основе одной из приведенных выше моделей.

Выбор приведенных моделей обусловлен наличием во временном ряду устойчивого возрастающего тренда и отчетливо проявляющейся сезонной волны.

Для визуализации исходной информации и результатов анализа, а также для выполнения статистических процедур использовались такие программные средства, как табличный редактор Excel и различные библиотеки среды программирования R⁵.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Визуализация временного ряда и выявление составляющих ряда

Для начала рассмотрим динамику среднедушевых и реальных доходов населения за 2014–2023 гг., для этого используем возможности Excel (рис. 1).

Как показано на рис. 1, показатель «среднедушевые доходы населения» имеет положительную траекторию на всем протяжении рассматриваемого периода. При этом в 2020 г. скорость роста увеличилась (до 2020 г. средний темп роста равен 102,7%, после 2020 г. — 104,9%). Очевидно, это объясняется влиянием ковид-кризиса 2020 г. и санкционным кризисом 2022 г. Кроме того, отчетливо проявляется сезонная составляющая ряда с максимальным пиком в каждом 4-м квартале.

Динамика реальных душевых доходов имеет «боковой тренд» до 2020 г., но с 2021 г. заметен рост. При этом стоит указать на более высокую амплитуду колебаний уровней временного ряда.

⁵ Атчаде М.Н. Адаптивные методы прогнозирования: реализация в Excel и программе R. Учебное пособие. Под ред. И.И. Елисеевой. СПб.: СПбГЭУ; 2018. 101 с.

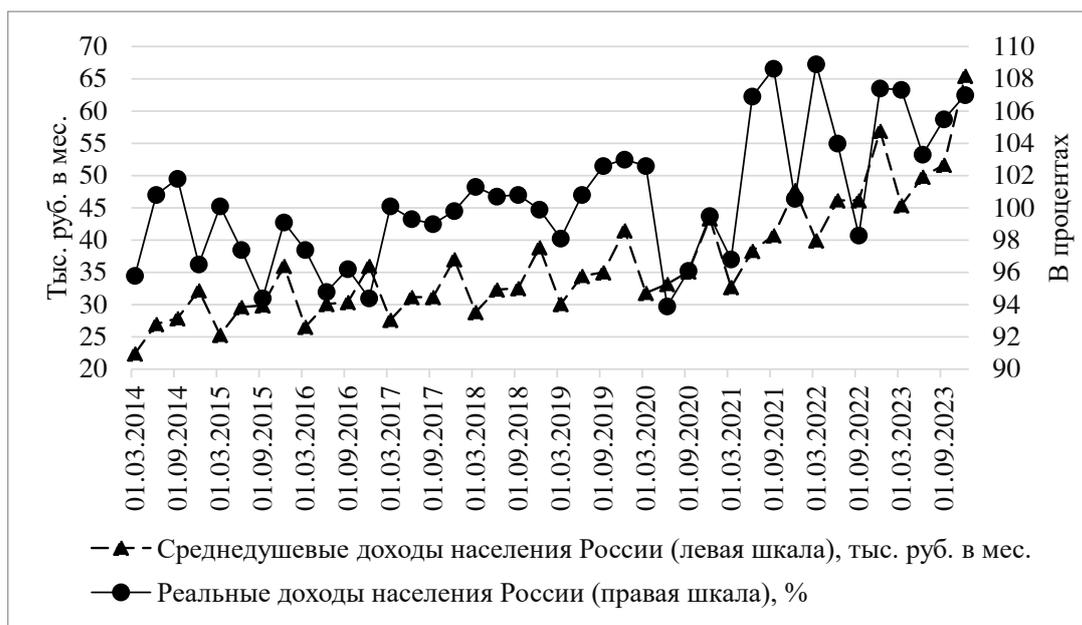


Рис. 1. / Fig. 1. Динамика среднедушевых и реальных доходов населения России за 2014–2024 гг. / Dynamics per capita income (DPI) and real income in Russia in 2014–2024

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

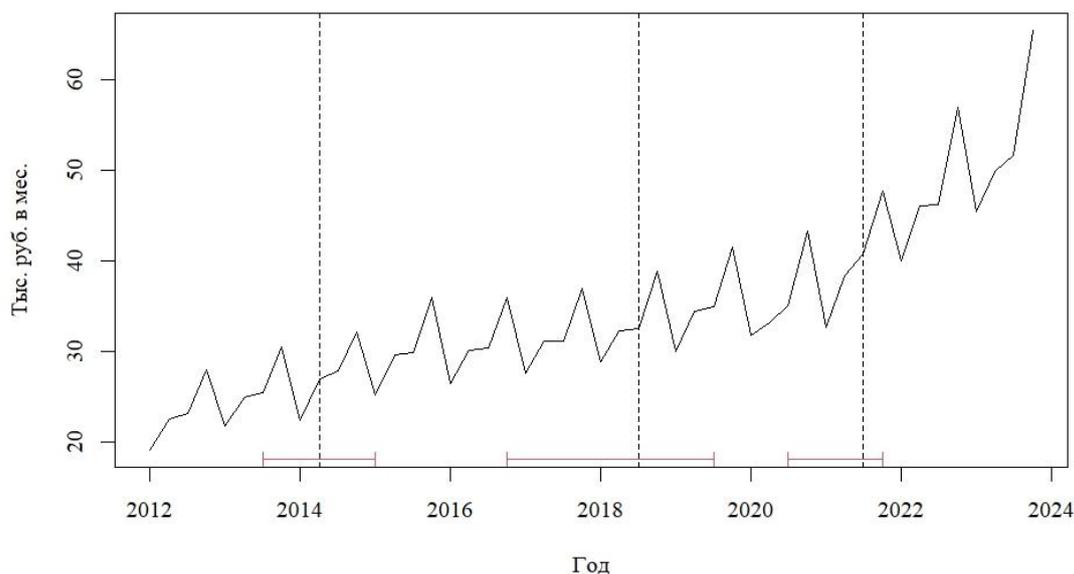


Рис. 2 / Fig. 2. Периодизация динамики временного ряда среднедушевых доходов населения России, тыс. руб. в месяц / Periodization of the dynamics of the time series of PCI in Russia, thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

Далее мы обратимся к ранее выполненной нами работе [16] и проведем периодизацию временного ряда, используя функцию `breakpoints{strucchange}` в среде программирования R. Результаты работы алгоритма представлены на рис. 2.

На приведенной линейной диаграмме (рис. 2) выделяются четыре стабильных участка развития.

Первый заканчивается 2014 г., что можно объяснить введением санкций против российской экономики. Вторая точка смены тенденции зафиксирована в 2018 г., что, очевидно, связано со сменой режима работы экономики и усилением процессов импортозамещения. Третья точка связана с последствиями ковид-кризиса и введением

в 2022 г. новых экономических санкций против Российской Федерации.

Далее обратимся к функции `seas{seasonal}` среды программирования R и проведем декомпозицию временного ряда с целью обнаружения составляющих временного ряда (рис. 3).

Приведенные на рис. 3 данные наглядно показывают, что временной ряд содержит сезонную составляющую аддитивного характера (seasonal), то есть амплитуда колебаний не увеличивается по мере удаления от начальной точки временного ряда. Долговременная составляющая (trend) не имеет четко выраженного линейного тренда, однако после 2020 г. фиксируется ускорение роста. На этот факт указывает значительный выброс на диаграмме случайной составляющей (irregular) во втором квартале 2020 г.

Далее перейдем к непосредственному построению эконометрических моделей, описывающих динамику среднедушевых доходов населения России.

2. Построение сезонной модели ARIMA

Прежде чем приступить к построению модели ARIMA, вычислим и визуализируем автокорреляционную и частную функции, для этого используем функции `acf{tseries}` и `pacf{tseries}`, результаты представлены на рис. 4 и 5.

Наличие пиков на коррелограмме автокорреляционной функции (рис. 4) означает, что ряды

снова начинают совпадать при смещении их друг относительно друга. Это означает, что исходный ряд демонстрирует периодичность (сезонность) [17]. На это также указывают значения частных коэффициентов корреляции (рис. 5), которые периодически меняют свой знак.

Для запуска поиска оптимальных параметров модели на основе сетки решений используем функцию `auto.arima{forecast}`. По итогам работы автоматического поиска параметров модели ARIMA наилучшей признана модель со следующими параметрами:

$$\text{ARIMA}(0,1,1)(0,1,1) [4].$$

Наличие квадратных скобок указывает на сезонную компоненту. Также стоит указать, что выведенная модель обладает самым минимальным значением критерия AIC = 756,25. Параметры модели приведены на рис. 6.

Согласно приведенным на рис. 6 характеристикам значение средней абсолютной относительной ошибки (MAPE = 2,51) получено ниже 10%, что указывает на высокую точность построенных моделей.

При моделировании данных с помощью моделей ARIMA иногда полезно построить обратные характеристические корни. Функция `autoplot{forecast}` вычислит и построит обратные корни для любой подходящей модели ARIMA (включая сезонные модели). График возвращает корни авторегрессии

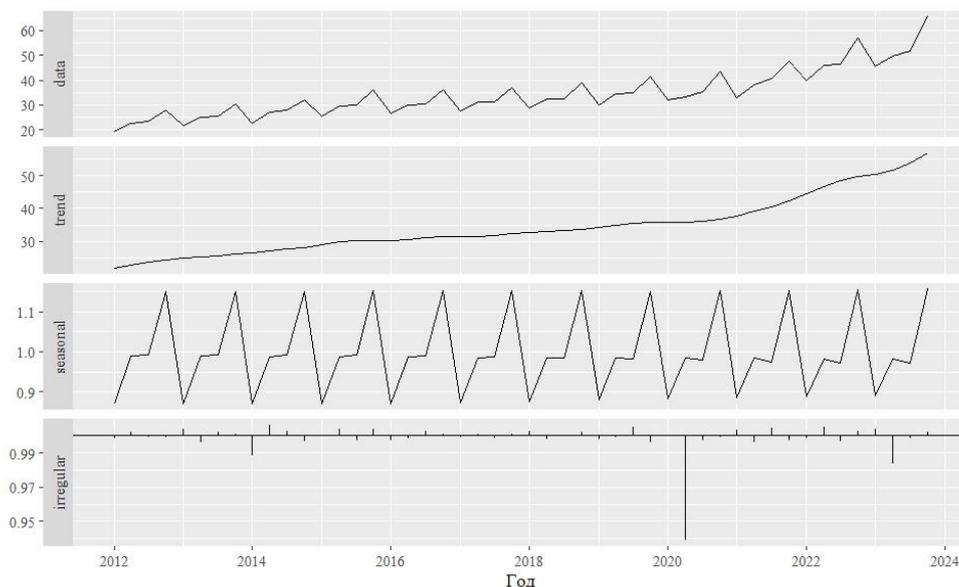


Рис. 3 / Fig. 3. Разложение временного ряда среднедушевых доходов населения России на компоненты, тыс. руб. в месяц / The results of the decomposition of the time series of the PCI in Russia into components (components), thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

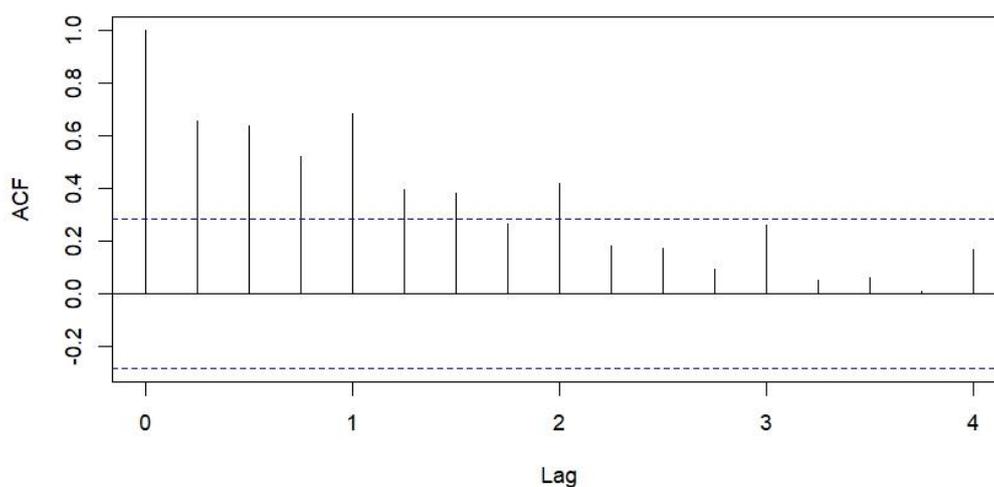


Рис. 4 / Fig. 4. График автокорреляционной функции для временного ряда среднесуточных доходов населения России / Autocorrelation function for a time series of PCI in Russia

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

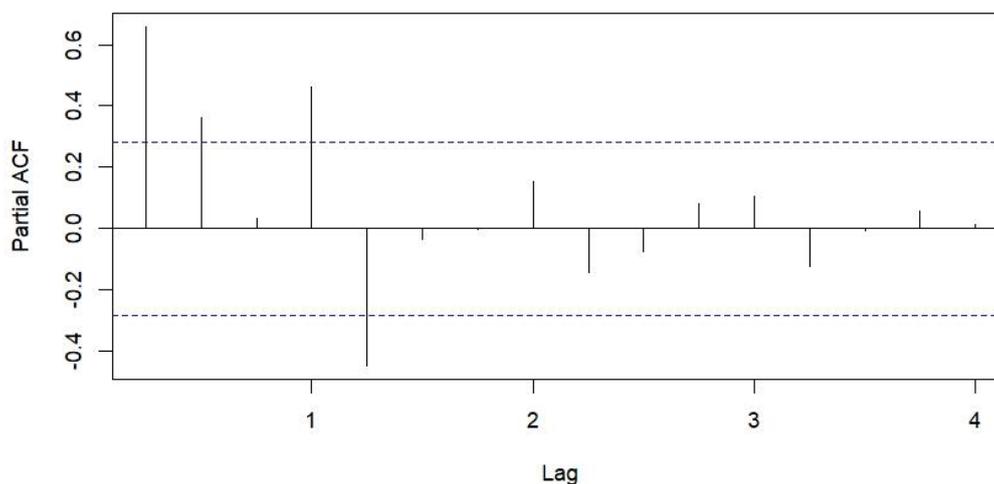


Рис. 5 / Fig. 5. График частной автокорреляционной функции для временного ряда среднесуточных доходов населения России / Private autocorrelation function for a time series of PCI in Russia

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

```
Series: ts.y
ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[4]

Coefficients:
      ma1      sma1
    -0.3135  -0.3200
s.e.   0.1614   0.1519

sigma^2 = 2259057:  log likelihood = -374.82
AIC=755.63  AICC=756.25  BIC=760.91

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 211.0501 1389.104 946.0463 0.2543403 2.505063 0.3415302 -0.01301029
```

Рис. 6 / Fig. 6. Характеристики модели ARIMA(0,1,1)(0,1,1) / Characteristics of the ARIMA model(0,1,1)(0,1,1) [4]

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

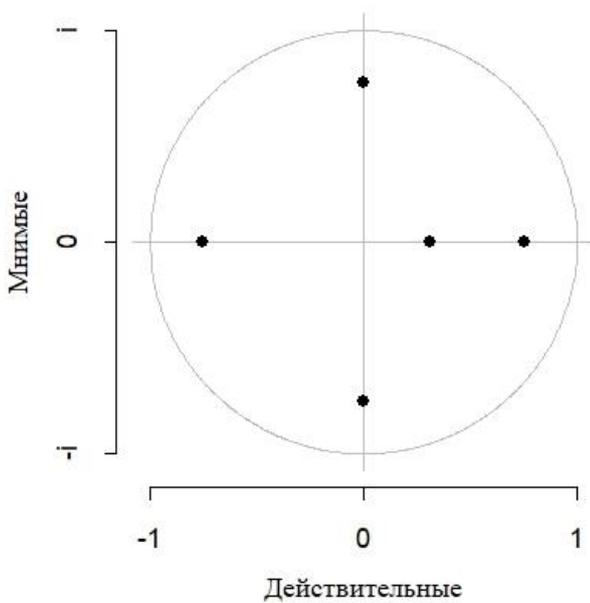


Рис. 7 / Fig. 7. Комплексная единичная окружность модели ARIMA(0,1,1)(0,1,1) [4] / The complex unit circle of the ARIMA model(0,1,1)(0,1,1) [4]

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

из характеристического многочлена AR и возвращает корни скользящего среднего из характеристического многочлена MA⁶.

⁶ Autoplot forecast::forecast. URL: <https://search.r-project.org/CRAN/refmans/ggfortify/html/autoplot.forecast.html> (дата обращения: 15.11.2024).

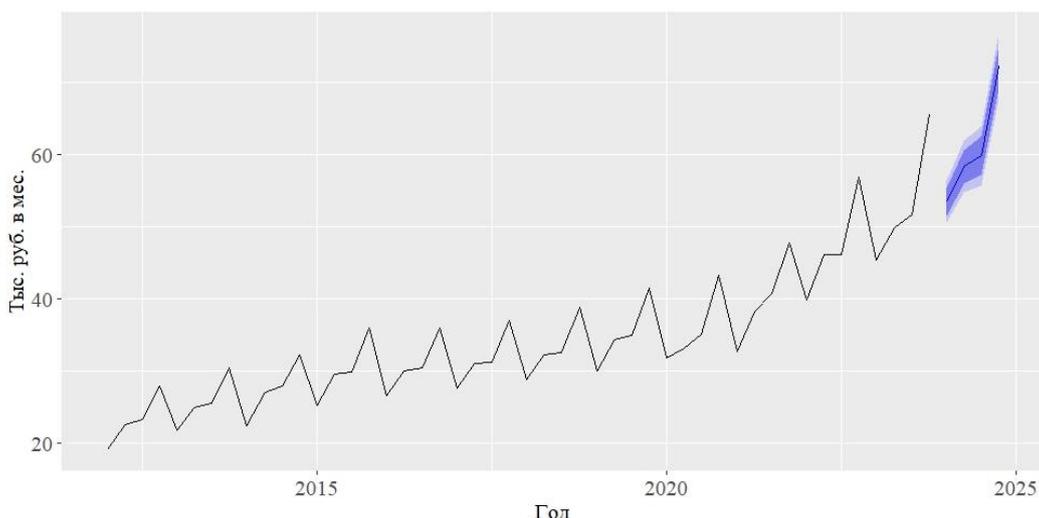


Рис. 8 / Fig. 8. Динамика фактических и предсказанных уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России на основе модели ARIMA, тыс. руб. в месяц / Dynamics of actual and predicted levels of the time series of PCI in Russia based on the ARIMA model, thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

Итогом работы процедуры является график окружности с точками, отражающими характеристические корни (рис. 7).

Так как все точки (единичные корни) на рис. 7 лежат внутри окружности, можем утверждать, что после всех преобразований анализируемый ряд стационарен. Таким образом, построенная модель является устойчивой.

Далее проведем тест Дики — Фуллера (ADF) для проверки стационарности ошибок модели. Для этого воспользуемся функцией `adf_test[tseries]`. В результате получаем следующие значения статистики:

Dickey-Fuller = -3,61, Lag order = 3, p-value = 0,04.

Статистика ADF получена отрицательной и статистически значимой на 5%-ном уровне. Таким образом, ошибки модели являются стационарными.

Для визуализации временного ряда среднедушевых доходов населения с прогнозами на $h = 4$ шага вперед (1–4 квартал 2024 г.) используем функцию `autoplot{forecast}`. Результат работы алгоритма представлен на рис. 8.

Как и следовало ожидать, прогноз на 2024 г. имеет тенденцию к дальнейшему росту (заложенную на предыдущих этапах) и сезонность.

3. Построение трехпараметрической модели экспоненциального сглаживания

Так как анализируемый временной ряд содержит две компоненты и имеет точку изменения направления тренда, для его моделирования ис-

пользуем трехпараметрическую модель экспоненциального сглаживания (модель Хольта — Винтера).

Для построения модели Хольта — Винтера применяем функцию `hw{forecast}`, которая позволяет в автоматическом режиме выбрать наилучшие из всех возможных сочетания сглаживающих констант: α , β , γ . Характеристики модели представлены на рис. 9.

Результаты автоматического поиска оптимальных сглаживающих констант (рис. 9) приводят к модели экспоненциального сглаживания с параметрами: $\alpha = 0,502$ (сглаживание уровней временного ряда); $\beta = 0,134$ (сглаживание тренда), $\gamma = 0,395$ (сглаживание сезонности).

Для оценки качества полученной модели используются характеристики, отражаемые в раз-

Smoothing parameters:							
	alpha = 0.5015						
	beta = 0.1342						
	gamma = 0.3949						
Initial states:							
	l = 22442.4469						
	b = 1041.3814						
	s = 4533.549 -270.6028 -792.5749 -3470.371						
	sigma: 1550.275						
	AIC	AICc	BIC				
	900.3003	905.0371	917.1411				
Error measures:							
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	133.7972	1415.201	1034.793	-0.03126645	2.909911	0.3735685	0.04866013

Рис. 9 / Fig. 9. Характеристики трехпараметрической модели Хольта — Винтера для сглаживания уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России / Characteristics of the three-parameter Holt - Winters model for smoothing the levels of a time series of PCI in Russia

Источник / Source: рассчитано автором на основе данных Росстата / calculated by the author on the basis of Rosstat data.

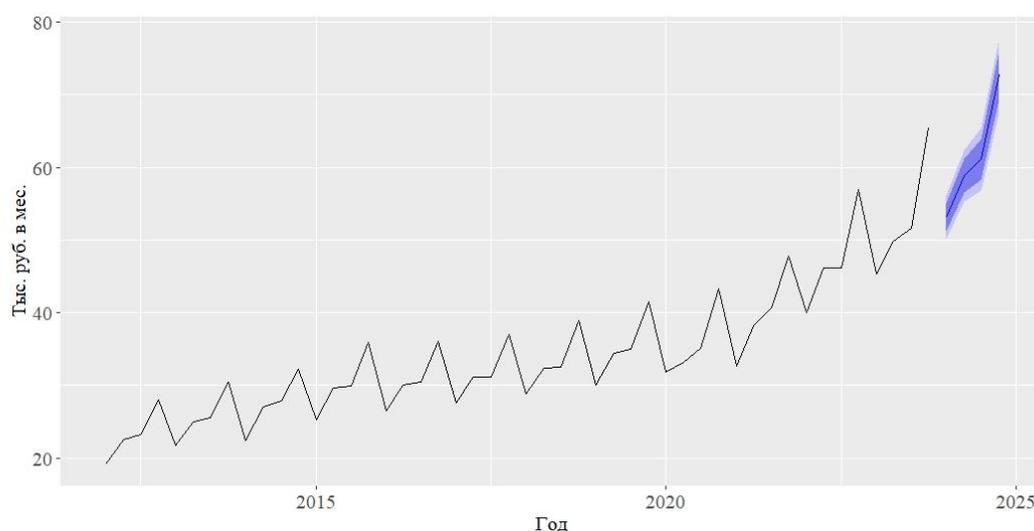


Рис. 10 / Fig. 10. Динамика фактических и предсказанных уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России на основе модели Хольта — Винтера, тыс. руб. в месяц / Dynamics of actual and predicted levels of the time series of PCI in Russia based on the Holt - Winter model, thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

деле «Меры ошибок» (Error measures). По нашему мнению, наиболее информативной является средняя абсолютная ошибка в процентах, которая в приведенном примере составляет $MAPE = 2,91$. Это значение выше, чем у предыдущей модели, но различия можно признать незначительными.

Поскольку модель можно считать удовлетворительной, проведем прогнозирование на 2024 г. Результаты представим в виде диаграммы, построенной с помощью функции `autoplot{forecast}` (рис. 10).

Согласно полученным прогнозам сложившаяся траектория после 2020 г. проявляется и в прогнозе 2024 г. Это не противоречит сложившимся внутристрановым и внешнеэкономическим факторам.

4. Построение модели с сезонными фиктивными переменными

Для оценки регрессионной модели с сезонными фиктивными переменными используем функцию `lm{stats}`. Характеристики полученного уравнения приведены на рис. 11.

Все коэффициенты статистически значимы по *t*-статистике Стьюдента. Также следует отметить, что параметры при фиктивных переменных значимы, соответственно в анализируемом временном ряду присутствует сезонность. Фактическое значение *F*-статистики получено равным 90,42

при уровне значимости менее 0,00, что свидетельствует о значимости всего уравнения регрессии. Значение R^2 равно 0,89, то есть 89% колебаний уровней временного ряда объясняются включенными в уравнение факторами.

Для оценки наличия или отсутствия мультиколлинеарности в эконометрике используется VIF-тест (коэффициент инфляции дисперсии). Значение VIF варьируется от +1 до 2. Значение VIF, равное 1, указывает на полное отсутствие мультиколлинеарности, 1-2 — на отсутствие сильной мультиколлинеарности, больше 2 — на наличие умеренной или сильной мультиколлинеарности. Для проведения данного теста используем функцию `vif{car}`. Результатом работы данного алгоритма являются следующие значения статистики:

<i>t</i>	<i>z1</i>	<i>z2</i>	<i>z3</i>
1,007	1,509	1,504	1,501

Так как значения находятся в диапазоне 1–2, можно сделать вывод об отсутствии сильной мультиколлинеарности.

Далее проведем прогнозирование на четыре квартала 2024 г. на основе регрессионной модели с фиктивными переменными. Для этого используем функцию `predict{stats}`. При этом стоит

```

Residuals:
  Min       1Q   Median       3Q      Max
-5813.1 -2360.3 -313.2  1775.2 11767.9

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  26265.88    1295.60  20.273 < 2e-16 ***
t              571.59      34.16  16.734 < 2e-16 ***
z1            -10122.82    1337.98  -7.566 1.97e-09 ***
z2             -6684.74    1335.80  -5.004 9.98e-06 ***
z3             -6449.16    1334.49  -4.833 1.75e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3268 on 43 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8937,    Adjusted R-squared:  0.8839
F-statistic: 90.42 on 4 and 43 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Рис. 11 / Fig. 11. Характеристики множественной регрессии с сезонными фиктивными переменными при анализе динамики среднедушевых доходов населения России / Characteristics of multiple regression with seasonal fictitious variables of the dynamics of PCI in Russia

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

отметить, что предсказания на основе регрессии осуществляются путем подстановки в уравнение номеров прогнозных периодов и соответствующих значений булевых переменных.

Результаты прогнозирования представим на *рис. 12*. Для этого используем функцию `geom_line{ggplot2}`.

На *рис. 12* наряду с модельными и прогнозными данными была выведена исходная динамика анализируемого временного ряда (пунктирная линия). Как видим, выровненные значения (сплошная линия) расходятся с фактическими уровнями ряда (пунктирная линия). Из-за этого прогнозные значения сильно занижены. Очевидная причина этого заключается в структурном изменении, о котором говорилось выше, то есть смена скорости роста уровней после 2020 г.

Для оценки наличия структурных изменений проведем тест Чоу, для этого используем функцию `breakpoint{strucchange}`. В результате работы алгоритма получаем следующую статистику:

$$F = 15,228, p\text{-value} = 9,42e-06.$$

Значение F -статистики 15,228 указывает на значительную разницу между моделями регрессии по обе стороны от указанной точки разрыва (равной 33, то есть 1 кварталу 2021 г.). Значение p , равное 0,00, значительно меньше общепринятого уровня значимости 0,05. Такое низкое значение p

свидетельствует о том, что наблюдаемая F -статистика вряд ли возникла бы случайно, если бы нулевая гипотеза была верна.

Поскольку тест Чоу показал нам наличие структурных сдвигов во временном ряду, для улучшения прогностических свойств модели добавим в регрессионное уравнение дискретную переменную наклона тренда. При этом dt принимает 0 до точки смены наклона тренда t^* (в нашем случае это 1 квартал 2021 г.) и далее имеет значения $t = 1, 2, 3, \dots T$. Результаты оценки параметров обновленного уравнения приведены на *рис. 13*.

На основе общей модели (*рис. 13*), полученной в ходе эконометрического моделирования, можно построить четыре частных регрессии для каждого квартала:

1-й квартал:

$$y' = (29133,79 - 9820,68) + 367,50 * t + 1219,21 * dt;$$

2-й квартал:

$$y' = (29133,79 - 6483,32) + 367,50 * t + 1219,21 * dt;$$

3-й квартал:

$$y' = (29133,79 - 6348,45) + 367,50 * t + 1219,21 * dt;$$

4-й квартал:

$$y' = 29133,79 + 367,50 * t + 1219,21 * dt \text{ — базовая модель.}$$

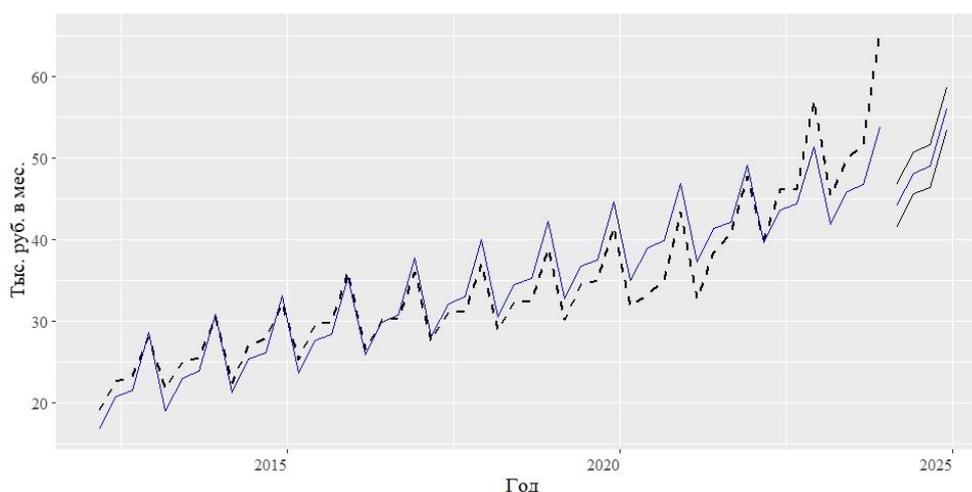


Рис. 12 / Fig. 12. Динамика фактических и предсказанных уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России на основе регрессии с сезонными фиктивными переменными, тыс. руб. в месяц / Dynamics of actual and predicted levels of the time series of PCI in Russia based on regression with seasonal fictitious variables, thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

Стоит заметить, что четвертый квартал является базовым, при этом свободный член данной частной модели положительный (в отличие от остальных частных моделей), значит, в данном квартале наблюдаются максимальные значения в каждом году.

Согласно характеристикам, представленным на рис. 13, все параметры модели, в том числе коэффи-

циент при переменной dt , получены статистически значимыми. Также увеличилось значение множественного коэффициента детерминации с 0,89 до 0,98. Поэтому осуществим прогноз по данной модели и представим результаты на рис. 14.

Как видно из информации, представленной на рис. 14, после модернизации регрессионной модели

```

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2639.8  -762.5    99.0   742.4  4065.8

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 29133.79    537.74   54.18 < 2e-16 ***
t             367.50     18.71   19.64 < 2e-16 ***
dt            1219.21     78.54   15.52 < 2e-16 ***
z1           -9820.68    521.90  -18.82 < 2e-16 ***
z2           -6483.32    520.85  -12.45 1.11e-15 ***
z3           -6348.45    520.22  -12.20 2.13e-15 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1274 on 42 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9842,    Adjusted R-squared:  0.9824
F-statistic: 524.3 on 5 and 42 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Рис. 13 / Fig. 13. Характеристики множественной регрессии с сезонными фиктивными переменными и переменной наклона тренда для анализа динамики среднедушевых доходов населения России / Characteristics of multiple regression with seasonal fictitious variables and a trend slope variable for the dynamics of PCI in Russia

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

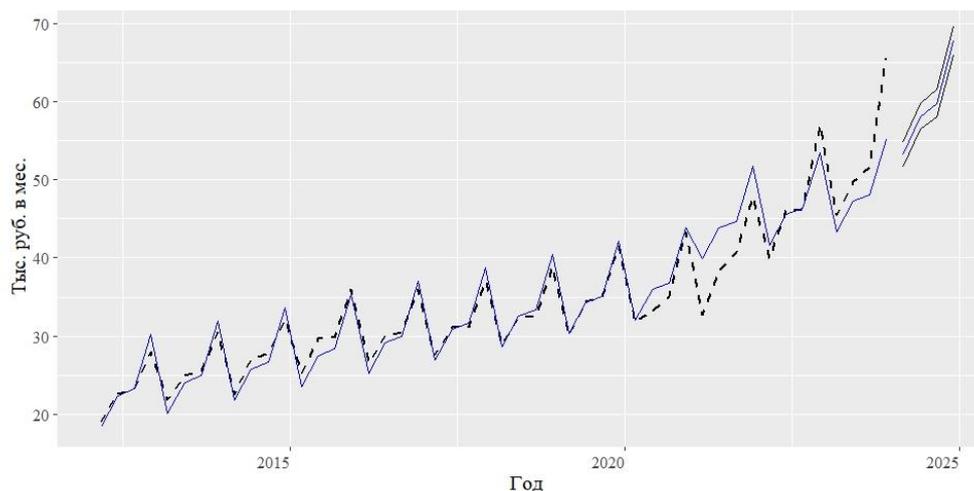


Рис. 14. / Fig. 14. Динамика фактических и предсказанных уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России на основе регрессии с сезонными фиктивными переменными и переменной наклона тренда, тыс. руб. в месяц / Dynamics of actual and predicted levels of the time series of PCI in Russia based on regression with seasonal fictitious variables and a trend slope variable, thousand rubles per month

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

фактические (пунктирная линия) уровни практически совпадают с теоретическими (сплошная линия). Также стоит отметить, что прогнозные уровни на 2024 г. получены выше по отношению к предыдущей модели. Качество построенной модели также подтверждает средняя абсолютная относительная ошибка MAPE, равная 2,663.

5. Анализ результатов прогнозирования временного ряда

Поскольку в ходе исследования были получены три конкурирующие модели, необходимо сравнить их прогностические свойства. Для этого используется специфический график, называемый диаграммой Тейлора [18].

Предварительно введем условные обозначения: M1 — модель ARIMA; M2 — модель Хольта — Винтера; M3 — регрессионная модель с сезонными фиктивными переменными и дискретной переменной наклона тренда. Для ее реализации используем функцию TaylorDiagram{openair}. Итоги работы алгоритма приведены на рис. 15.

Диаграмма позволяет показать, как одновременно изменяются три взаимодополняющих статистиче-

ских показателя эффективности модели: коэффициент корреляции между прогнозами модели и фактическими уровнями временного ряда (Correlation Coefficient — R), стандартное отклонение прогнозов модели (Standard Deviation Predicted — SDP) и стандартное отклонение фактических уровней временного ряда (Standard Deviation Observed — SDO) [19].

Диаграмма Тейлора указывает базовую наблюдаемую точку, где корреляция равна 1, а центрированная среднеквадратическая ошибка (Centered Root Mean Square Error — CRMSE) равна 0 (точка в форме окружности, лежащая на оси OX)⁷.

Если точки моделирования (отмечены на графике: M1 — закрашенный квадрат; M2 — треугольник; M3 — перевернутый треугольник («набла»)) близки к наблюдаемой точке, это означает, что они схожи по стандартному отклонению, их корреляция высока, а их CRMSE близка к нулю.

⁷ Taylor Diagram. Water Programming: A Collaborative Research Blog. URL: <https://waterprogramming.wordpress.com/2020/12/22/taylor-diagram/> (дата обращения: 15.11.2024).

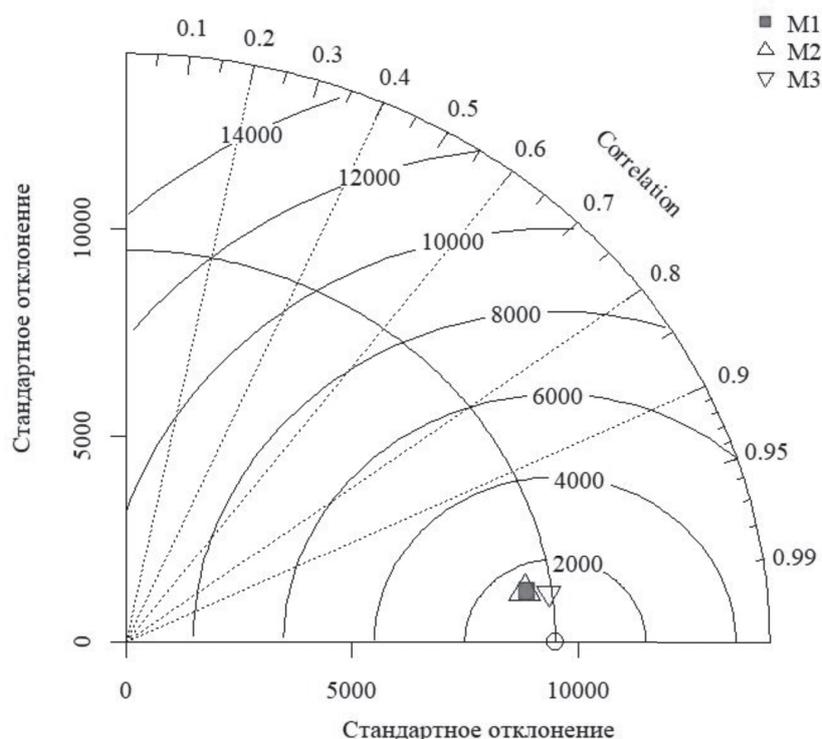


Рис. 15. / Fig. 15. Диаграмма Тейлора для трех конкурирующих моделей динамики среднедушевых доходов населения России / The Taylor diagram of three competing models of the dynamics of PCI in Russia

Источник / Source: построено автором на основе данных Росстата / built by the author on the basis of Rosstat data.

Линия, исходящая из наблюдаемой точки (не закрашенная окружность на оси OX), представляет стандартное отклонение наблюдаемого временного ряда (SDO). Точки моделей находятся над этой линией, что указывает на более высокую вариацию смоделированного набора данных.

Полукруглые линии на *рис. 15* показывают значения CRMSE с центром в точке которая характеризует фактические уровни временного ряда.

Согласно полученным результатам модельные метки M1 и M2 практически совпадают, а метка модели M3 находится ближе к фактическим значениям. Корреляция между фактическими и смоделированными уровнями находится в диапазоне 0,97–0,99, а значения CRMSE не превышают 2000. Таким образом, можно сделать вывод о высокой степени подгонки модельных данных к фактическим уровням среднедушевых доходов населения России.

Для оценки качества прогноза целесообразно сопоставить предсказанные уровни с фактическими значениями среднедушевых доходов населения за 2024 г. (см. *таблицу*).

Согласно приведенным разностям между фактическими и предсказанными значениями наблюдается незначительное расхождение. При этом реальные уровни временного ряда среднедушевых доходов населения России не выходят за 95%-ные

доверительные границы. Отсюда делаем вывод, что полученный прогноз является состоятельным.

Для сопоставления фактических и прогнозных уровней временного ряда среднедушевых доходов населения используем коэффициент Тейла. Значения коэффициента для моделей следующие: модель ARIMA — 0,037; модель Хольта – Винтера — 0,032; регрессионная модель с сезонными фиктивными переменными — 0,061.

Полученные результаты показывают, что две адаптивные модели краткосрочного прогнозирования дают схожие наилучшие результаты, тогда как модель с сезонными фиктивными переменными незначительно отличается в худшую сторону.

ВЫВОДЫ

Согласно полученным в ходе исследования результатам среднедушевые доходы населения России за рассматриваемый период демонстрируют тенденцию к росту, при этом наблюдается четко выраженная сезонность. Однако если обратиться к реальным располагаемым доходам, то картина не будет такой оптимистичной. Отчетливо видны последствия кризисов 2014 г., а также влияние ковид-кризиса, когда в 2020 г. наблюдается падение доходов. Определенное замедление развития наблюдалось в 2022 г., что объясняется адаптацией

Таблица / Table

Фактические и прогнозные значения уровней временного ряда среднедушевых доходов населения России в 2024 г., тыс. руб. в месяц / Actual and forecast values of the levels of the time series of PCI in Russia in 2024, thousand rubles per month

Варианты моделей	Прогноз	2024 Q1	2024 Q2	2024 Q3	2024 Q4
Фактические уровни	X	52,399	58,791	63,463	77,679
Модель ARIMA (MAPE = 2,51)	Точечный прогноз	53,511	58,324	59,806	72,278
	Lo 95	50,565	54,750	55,700	67,701
	Hi 95	56,457	61,897	63,912	76,855
Модель Хольта – Винтера (MAPE = 2,91)	Точечный прогноз	53,081	58,841	61,089	72,568
	Lo 95	50,042	55,240	56,796	67,470
	Hi 95	56,119	62,441	65,383	77,666
Регрессия с сезонными фиктивными переменными (MAPE = 2,66)	Точечный прогноз	53,170	58,094	59,816	67,751
	Lo 95	51,617	56,449	58,076	65,913
	Hi 95	54,724	59,739	61,556	69,589

Источник / Source: получено на основе предсказаний модели ARIMA, модели Хольта – Винтера, регрессионной модели с фиктивными переменными / It was obtained based on the predictions of the ARIMA model, the Holt-Winter model, and the regression model with dummy variables.

экономики России к экономическим санкциям со стороны западных стран. Таким образом, простой графический способ представления информации позволяет нам с уверенностью утверждать, что фактор «кризис» оказывает существенное влияние на уровень и динамику доходов населения страны.

Применение трех конкурирующих моделей к уровням временного ряда показывает их высокую степень подгонки к фактическим уровням

среднедушевых доходов населения России. Отметим также, что полученные прогнозы на четыре квартала 2024 г. демонстрируют высокую сходимость с фактическими оперативными данными Росстата.

В качестве направления дальнейшего исследования можно предложить расширение статистического анализа для изучения дифференциации доходов населения регионов, а также выявление факторов, оказывающих существенное влияние на их вариацию.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Баканач О. В., Домнина С. В., Савоскина Е. В. К вопросу изучения социальной стратификации общества. *Экономика и предпринимательство*. 2023;4(153):73–76. DOI: 10.34925/EIP.2023.153.4.011
2. Gishkaeva L. L., Zelimkhanova N. Z. Dynamics of incomes in Russia amidst market reforms of the 1990s. *European Proceedings of Social and Behavioural sciences*. 2021;107:556–562. DOI: 10.15405/epsbs.2021.05.75
3. Гоник Г. Г., Черстова А. В., Лыкова А. О. Анализ структуры и динамики доходов населения России. *Естественно-гуманитарные исследования*. 2024;1(51):102–105.
4. Гуляева Т. И., Такмакова Е. В. Динамика структуры денежных доходов населения России. *Экономические и гуманитарные науки*. 2022;3(362):48–54. DOI: 10.33979/2073-7424-2022-362-3-48-54
5. Ларина Т. Н., Заводчиков Н. Д. Развитие статистического мониторинга качества жизни сельского населения на региональном уровне. *Известия Оренбургского государственного аграрного университета*. 2012;5(37):147–150.
6. Лосева А. В., Леднева О. В. Инновационное развитие российских территорий: проблемы понимания, измерения и оценки. *Имущественные отношения в Российской Федерации*. 2021;4(235):6–23. DOI: 10.24412/2072-4098-2021-4-6-23
7. Любина О. Н., Комов М. С., Шадченко Н. Ю. Доходы населения России в условиях рыночной динамики. *Научное обозрение: теория и практика*. 2023;5(99):755–769. DOI: 10.35679/2226-0226-2023-13-5-755-769
8. Ноева Е. Е. Анализ динамики доходов населения РФ: социально-экономические аспекты. *Экономика и природопользование на Севере*. 2021;(1):41–50. DOI: 10.25587/SVFU.2021.21.1.013
9. Салин В. Н., Ситникова О. Ю., Архангельская Л. Ю. Уточнение сущности статистического показателя «Реальные доходы». *Финансовые рынки и банки*. 2024;6:74–85.
10. Храмцова Т. Г., Храмцова О. О. Тенденции и особенности динамики доходов населения России. *Транспортное дело России*. 2024;3:31–34.
11. Чеботарь А. Ю. Анализ динамики и уровня дифференциации доходов населения России. *Научный аспект*. 2024;1(6):5–16.
12. Nguyen Minh-Thu. Provincial income convergence in Vietnam: Spatio-temporal dynamics and conditioning factors. *Asia-Pacific Journal of Regional Science*. 2024;8:429–460. DOI: 10.1007/s41685-024-00334-w.
13. Peiró-Palomino Jesús, Prieto-Bustos William, Tortosa-Ausina Emili. Regional income convergence in Colombia: Population, space, and long-run dynamics. *The Annals of Regional Science*. 2023;70:559–601. DOI: 10.1007/s00168-022-01163-5
14. Ursavas Ugur, Mendez Carlos. Regional income convergence and conditioning factors in Turkey: Revisiting the role of spatial dependence and neighbor effects. *The Annals of Regional Science*. 2022;71:363–389. DOI: 10.1007/s00168-022-01168-0
15. Цыпин А. П., Ревушкин И. С. Статистические подходы к изучению дифференциации доходов населения России. *XVII Международный научный конгресс «Роль бизнеса в трансформации общества — 2022»* (Москва, 11–15 апреля 2022 г.). Сборник материалов. Москва: Издательство «Московский финансово-промышленный университет «Синергия»; 2022:241–244.
16. Цыпин А. П. Статистический анализ трансформации экономики России. Дис. ... канд. экон. наук. Оренбург: ОГАУ; 2005. 199 с.

17. Singh D. Predicting the per-capita Income of Nepal with the help of the ARIMA model. *Interdisciplinary Journal of Management and Social Sciences*. 2024;5(2):83–101. DOI: 10.3126/ijmss.v5i2.69448
18. Лосева А. В. Эконометрическое моделирование оборота розничной торговли с использованием инструментов среды программирования R. *Прикладная статистика и искусственный интеллект*. 2024;4:1–15. URL: <https://appliedstatistics.ru/2025/01/22/> (дата обращения: 15.11.2024).
19. Taylor K. E. Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram. *Journal of geophysical research*. 2001;106(D 7):7183–7192. DOI: 10.1029/2000JD 900719

REFERENCES

1. Bakanach O. V., Domnina S. V., Savoskina E. V. On the issue of studying the social stratification of society. *Ekonomika i predprinimatel'stvo = Journal of economy and entrepreneurship*. 2023;4(153):73–76. (In Russ.). DOI: 10.34925/EIP.2023.153.4.011
2. Gishkaeva L. L., Zelimkhanova N. Z. Dynamics of incomes in Russia amidst market reforms of the 1990s. *European Proceedings of Social and Behavioural Sciences*. 2021;107:556–562. DOI: 10.15405/epsbs.2021.05.75
3. Gonik G. G., Chersteva A. V., Lykova A. O. Analysis of the structure and dynamics of income of the population of Russia. *Estestvenno-gumanitarnye issledovaniya*. 2024;1(51):102–105. (In Russ.).
4. Gulyaeva T. I., Takmakova E. V. Dynamics of the structure of monetary incomes of the population of Russia. *Ehkonomicheskie i humanitarnye nauki = Economic science and humanities*. 2022;3(362):48–54. (In Russ.). DOI: 10.33979/2073-7424-2022-362-3-48-54
5. Larina T. N., Zavodchikov N. D. Development of statistical monitoring of rural population life quality at the regional level. *Izvestiya Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta = Izvestia Orenburg State Agrarian University*. 2012;5(37):147–150. (In Russ.).
6. Loseva A. V., Ledneva O. V. Innovative development of Russian territories: Problems of understanding, measurement and evaluation. *Imushchestvennye otnosheniya v Rossiiskoi Federatsii*. 2021;4(235):6–23. (In Russ.). DOI: 10.24412/2072-4098-2021-4-6-23
7. Lyubina O. N., Komov M. S., Shadchenko N. Yu. Incomes of the Russian population in condition of market dynamics. *Nauchnoe obozrenie: Teoriya i praktika*. 2023;5(99):755–769. (In Russ.). DOI: 10.35679/2226-0226-2023-13-5-755-769
8. Noeva E. E. Analysis of income dynamics of the population of the Russian Federation: Socio-economic aspects. *Economy and nature management in the North*. 2021;(1):41–50. (In Russ.). URL: <https://doi.org/10.25587/SVFU.2021.21.1.013>
9. Salin V. N., Sitnikova O. Yu., Arkhangelskaya L. Yu. Real indicators in modern statistical theory and practice. *Finansovye rynki i banki = Financial markets and banks*. 2024;6:74–85. (In Russ.).
10. Khramtsova T. G., Khramtsova O. O. Trends and features of income dynamics of the Russian population. *Transportnoe delo Rossii = Transport business in Russia*. 2024;3:31–34. (In Russ.).
11. Chebotar A. Y. Analysis of the dynamics and level of income differentiation of the Russian population. *Nauchnyi aspekt*. 2024;1(6):5–16. (In Russ.).
12. Nguyen Minh-Thu. Provincial income convergence in Vietnam: Spatio-temporal Dynamics and Conditioning Factors. *Asia-Pacific Journal of Regional Science*. 2024;8:429–460. DOI: 10.1007/s41685-024-00334-w
13. Peiró-Palomino Jesús, Prieto-Bustos William, Tortosa-Ausina Emili. Regional income convergence in Colombia: Population, space, and long-run dynamics. *The Annals of Regional Science*. 2023;70:559–601. DOI: 10.1007/s00168-022-01163-5.
14. Ursavas Ugur, Mendez Carlos. Regional income convergence and conditioning factors in Turkey: Revisiting the role of spatial dependence and neighbor effects. *The Annals of Regional Science*. 2022;71:363–389. DOI: 10.1007/s00168-022-01168-0.
15. Tsy-pin A. P., Ryabushkin I. S. Statistical approaches to the study of income differentiation in Russia. In: *XVII International Scientific Congress "The role of Business in the Transformation of Society — 2022"* (Moscow, April 11–15, 2022). Proceedings of the conference. Moscow: Izdatelstvo "Moscow University of Finance and Industry "Synergy", 2022:241–244. (In Russ.).
16. Tsy-pin A. P. Statistical analysis of the transformation of the Russian economy. Diss. Cand. Sci (Econ). Orenburg. OGAU; 2005. 199 p. (In Russ.).

17. Singh D. Predicting the per-capita Income of Nepal with the help of the ARIMA model. *Interdisciplinary Journal of Management and Social Sciences*. 2024;5(2):83–101. DOI: 10.3126/ijmss.v5i2.69448
18. Loseva A.V. Econometric modeling of retail trade turnover using the tools of the R programming environment. *Prikladnaya statistika i iskusstvennyy intellect = Applied Statistics and Artificial Intelligence*. 2024;4:1–15. URL: <https://appliedstatistics.ru/2025/01/22/> (accessed on 15.11.2024). (In Russ.).
19. Taylor K.E. Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram. *Journal of geophysical research*. 2001;106(D 7):7183–7192. DOI: 10.1029/2000JD 900719

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / ABOUT THE AUTHOR

Александр Павлович Цыпин — кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-аналитики факультета налогов, аудита и бизнес-анализа, Финансовый университет, Москва, Россия

Alexander P. Tsypin — Cand. Sci. (Econ.), Assoc. Prof., Assoc. Prof. of the Department of Business Analytics, Faculty of Taxes, Audit and Business Analysis, Financial University, Moscow, Russia

<https://orcid.org/0000-0003-1914-0719>

APTsypin@fa.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflicts of Interest Statement: The author has no conflicts of interest to declare.

Статья поступила в редакцию 05.02.2025; после рецензирования 13.02.2025; принята к публикации 06.03.2025.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

The article was submitted on 05.02.2025; revised on 13.02.2025 and accepted for publication on 06.03.2025.

The author read and approved the final version of the manuscript.